USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

MATEMÁTICAS

CICLO CERO

INECUACIONES POLINOMIALES Y RACIONALES

Mg. Luis Diego Yaipén Gonzales

https://luisdiegoyaipen.wordpress.com/

Logro de la Sesión

Al finalizar la sesión el estudiante será capaz de identificar las diferentes inecuaciones según su grado, así como resolverlas y definir su solución utilizando intervalos de la recta real.

¿Cómo expresa esta situación?

Si cada lapicero cuesta S/. 2 y cada lápiz S/.1,5 ¿cómo expresa el gasto que puede realizar si dispone de S/.100?

DESIGUALDAD

Definición:

Llamaremos ***desigualdad*** a una relación matemática que hace uso de la forma en que los números reales estén ordenados.

Por ejemplo: $\mathbf{5 < 8}$.

Las desigualdades aparecen constantemente en todos los campos de las matemáticas y en todas las áreas de su aplicación.

Propiedades de las Desigualdades

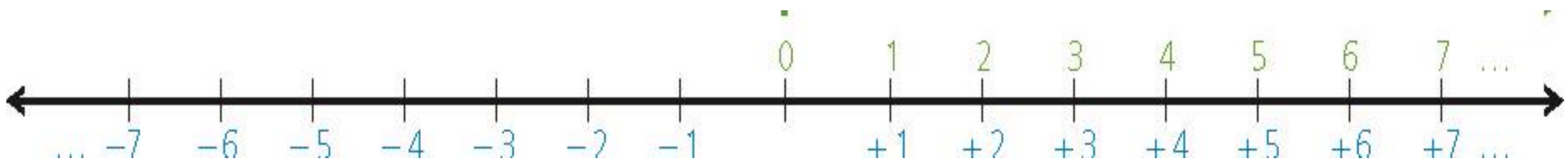
Sean a ,b y c números reales, entonces se cumple:

1. Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$
2. Si $a < b$, entonces $-a > -b$
3. Si a y b tienen el mismo signo y $a < b$, entonces $a^{-1} > b^{-1}$
4. Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a.c < b.c$
5. Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a.c > b.c$
6. Si $$a > b,\ a > 0,\ b > 0 \rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$
7. Si $$a > b,\ a > 0,\ b < 0 \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$
8. Si $$a > b,\ a < 0,\ b < 0 \rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

Intervalos

1. LA RECTA NUMÉRICA:

Se representa de la siguiente manera:



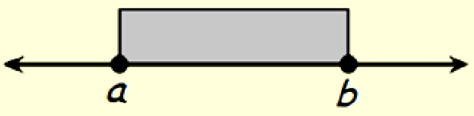
2. INTERVALOS:

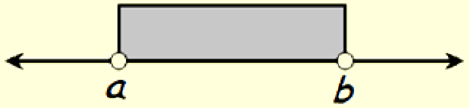
Son conjuntos de números definidos mediante la relación de orden $(<,\ >,\ \leq,\ \geq)$ en el campo de los números reales.

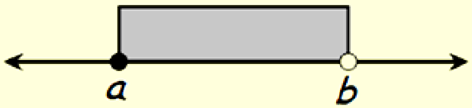
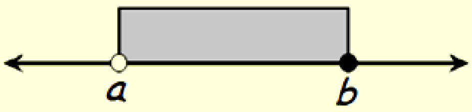
2.1 TIPOS DE INTERVALOS:

Si a, b son números reales, tales que $a \leq b$
definimos los siguientes intervalos:

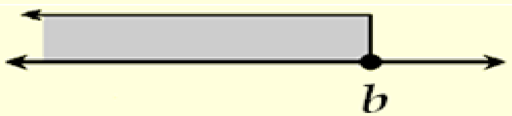
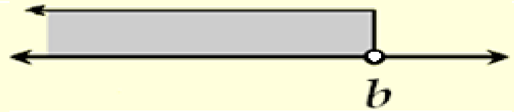
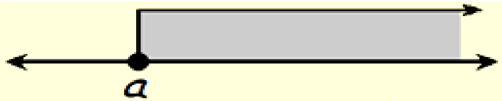
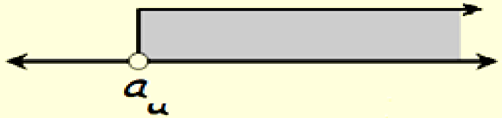
A) Intervalos limitados:

Intervalo cerrado	Representación
$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$	

Intervalo abierto	Representación
$\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < b\}$	

Intervalos semiabiertos	Representación
$[a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < b\}$	
$\langle a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x \leq b\}$	

B) Intervalos ilimitados

Intervalos infinitos	Representación
$\langle -\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -\infty < x \leq b\}$	
$\langle -\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -\infty < x < b\}$	
$[a, +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < +\infty\}$	
$\langle a, +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < +\infty\}$	

Inecuaciones Lineales

Definición:

Una inecuación de primer grado con una incógnita es aquella que puede reducirse a cualquiera de las siguientes formas:

$$ax + b < 0 \qquad ax + b > 0$$

$$ax + b \leq 0 \qquad ax + b \geq 0 \qquad a \neq 0$$

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

Ejemplos

1. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a)\ 5x-3>0$$

$$b)\ 5-2(4-x)\leq 3x-8(3-x)$$

$$c)\ \frac{x-3}{3}+\frac{5}{4}<\frac{x}{12}+\frac{2x+9}{15}$$

$$d)\ \frac{6x-3}{2}-(2x-6)\geq \frac{x-3}{4}$$

$$e)\ \frac{2x+3}{5}-\frac{x+6}{2}\geq \frac{x+1}{2}-\frac{2-x}{4}$$

INECUACIONES CUADRÁTICAS

Una inecuación de segundo grado con una incógnita es aquella desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma

$$ax^2+bx+c<0 \qquad ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0 \qquad ax^2+bx+c\geq 0 \qquad a\neq 0$$

En cualquiera de los casos se debe tener en cuenta la solución de la ecuación

$$\boxed{ax^2+bx+c=0}$$

Método de los “Puntos críticos”

Se utiliza para determinar el C.S. de cualquier desigualdad de grado mayor o igual a 2; dicha desigualdad puede ser entera, fraccionaria o racional. Los pasos a seguir son los siguientes:

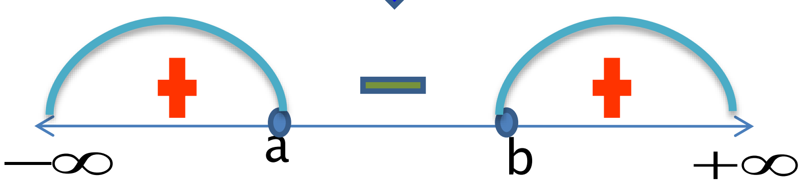
- Factorizamos la expresión dada.
- Igualamos cada uno de los factores primos a CERO y despejamos “x” con lo cual hemos determinado los PUNTOS CRÍTICOS (P.C) de la desigualdad.
- Ubicamos los P.C. en la recta numérica, quedando ésta dividida en intervalos. Al primer intervalo (contado desde la derecha) le asignamos el signo positivo (+), los demás signos se van alternados en los intervalos restantes.
- Cuando la desigualdad es $>$ ó $\geq$ tomaremos todos los intervalos POSITIVOS.
- Cuando la desigualdad es $<$ ó $\leq$ tomaremos todos los intervalos NEGATIVOS.
- El conjunto solución quedará determinado por la UNIÓN de todas las zonas sombreadas de acuerdo al signo de la desigualdad.

INECUACIÓN CUADRÁTICA

Previa Factorización

$$(x-a)(x-b)\geq 0$$

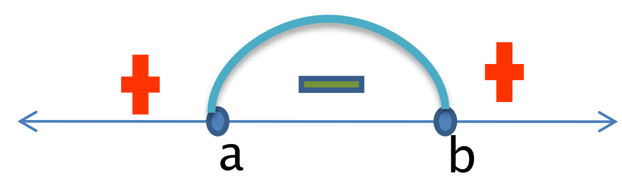
Unión de intervalos señalados con signo positivos



$$C.S =]\text{-}\infty;a]\cup[b;+\infty[$$

$$(x-a)(x-b)\leq 0$$

Intervalo con signo negativo



$$C.S = [a;b]$$

Ejemplos

Determina el conjunto solución de:

$a)\ \ x^2 - 5x + 6 \leq 0$

$b)\ \ x^2 - x - 3 > 0$

$c)\ \ x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$d)\ \ x^2 + x + 1 > 0$

$e)\ \ x^2 + x + 2 < 0$

INECUACIONES RACIONALES

DEFINICIÓN:

Son aquellas inecuaciones que se reducen a la siguiente forma general:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \Leftrightarrow P(x).Q(x) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad \wedge \quad Q(x) \neq 0$$

MÉTODO DE LOS PUNTOS CRÍTICOS PARA RESOLVER INECUACIONES RACIONALES

- Se trasladan todos los términos al primer miembro, obteniendo siempre una expresión de coeficiente principal positivo.
- Factorizar el numerador y denominador, si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el numerador y denominador son igual a cero.

MÉTODO DE LOS PUNTOS CRÍTICOS PARA RESOLVER INECUACIONES RACIONALES

- Se calculan los puntos críticos. Son los valores reales de "x" obtenidos al igualar cada factor primo a cero.
- Se ubican, ordenadamente, todos los puntos en la recta real, dichos puntos originan en la recta dos o más zonas.
- Se marcan las zonas obtenidas a partir de la derecha alternando los signos "+" y "-".
- Si el signo de relación es $>$ o , el conjunto solución estará formado por todas las zonas positivas, pero si el signo de relación es $<$ o el conjunto solución lo formarán todas las zonas negativas.
- La solución se puede expresar de distintas formas: como intervalo, conjunto o gráficamente.

Ejemplo:

Resolver:

$$\frac{x^2-5}{x^2-x-12}\geq 1$$

Resolución:

$$\frac{x^2-5}{x^2-x-12}-1\geq 0$$

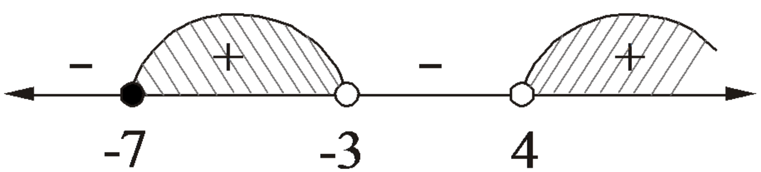
$$\frac{x+7}{x^2-x-12}\geq 0$$

$$\frac{x+7}{(x-4)(x+3)}\geq 0$$

$$(x+7)(x-4)(x+3)\geq 0$$

Puntos críticos son:

$$\{-7,\ 4\ \wedge -3\}$$



$$C.S.\ x\in[-7;-3>\cup<4;+\infty>$$

Muchas

Gracias!