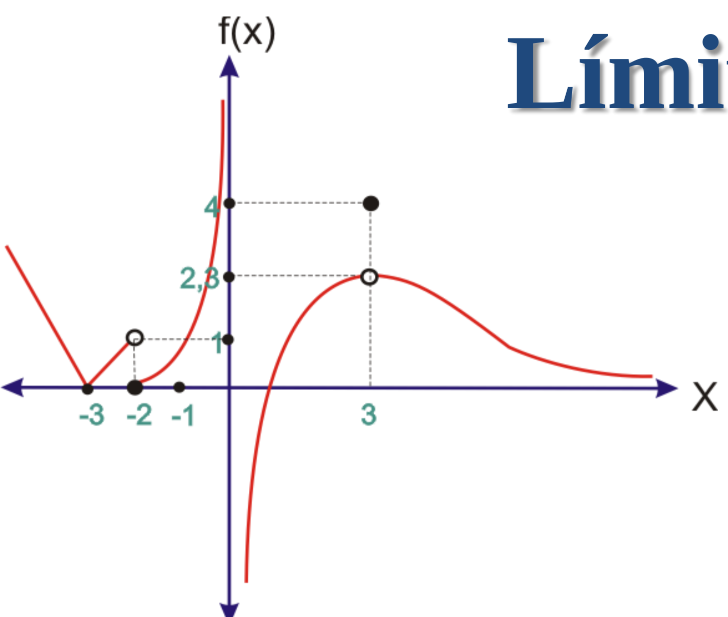
MATEMÁTICAS

CICLO CERO

Límite de Funciones



Mg. Luis Diego Yaipén Gonzales

https://luisdiegoyaipen.wordpress.com/

Logro de la Sesión

Al finalizar la sesión el estudiante será capaz de entender la definición de límites a través de gráficos y tablas de aproximación así como el cálculo de límites por racionalización y cancelación y límites al infinito.

LÍMITES

Cuando hablamos de límites, nos planteamos una pregunta: ¿Hacia que punto, o valor numérico se acercan los valores de una función, cuando nos acercamos hacia un determinado valor numérico del dominio de la misma?

Tenemos entonces que desplazarnos a través de la gráfica por valores que se aproximen al punto en mención, tanto por valores que vienen desde la izquierda de él, como de valores que vienen desde la derecha hacia él.

LÍMITES LATERALES

El valor que encontramos al recorrer la gráfica de la función a través de valores menores que el punto del dominio dado, es decir, que vienen desde la izquierda se denomina «límite lateral de f(x) cuando x tiende al valor a por la izquierda» y se denota por:

$$\lim_{x \to a^-} f(x)$$

LÍMITES LATERALES

El valor que encontramos al recorrer la gráfica de la función a través de valores mayores que el punto del dominio dado, es decir, que vienen desde la derecha se denomina «límite lateral de f(x) cuando x tiende al valor a por la derecha» y se denota por:

$$\lim_{x \to a^{+}} f(x)$$

Definición de límite

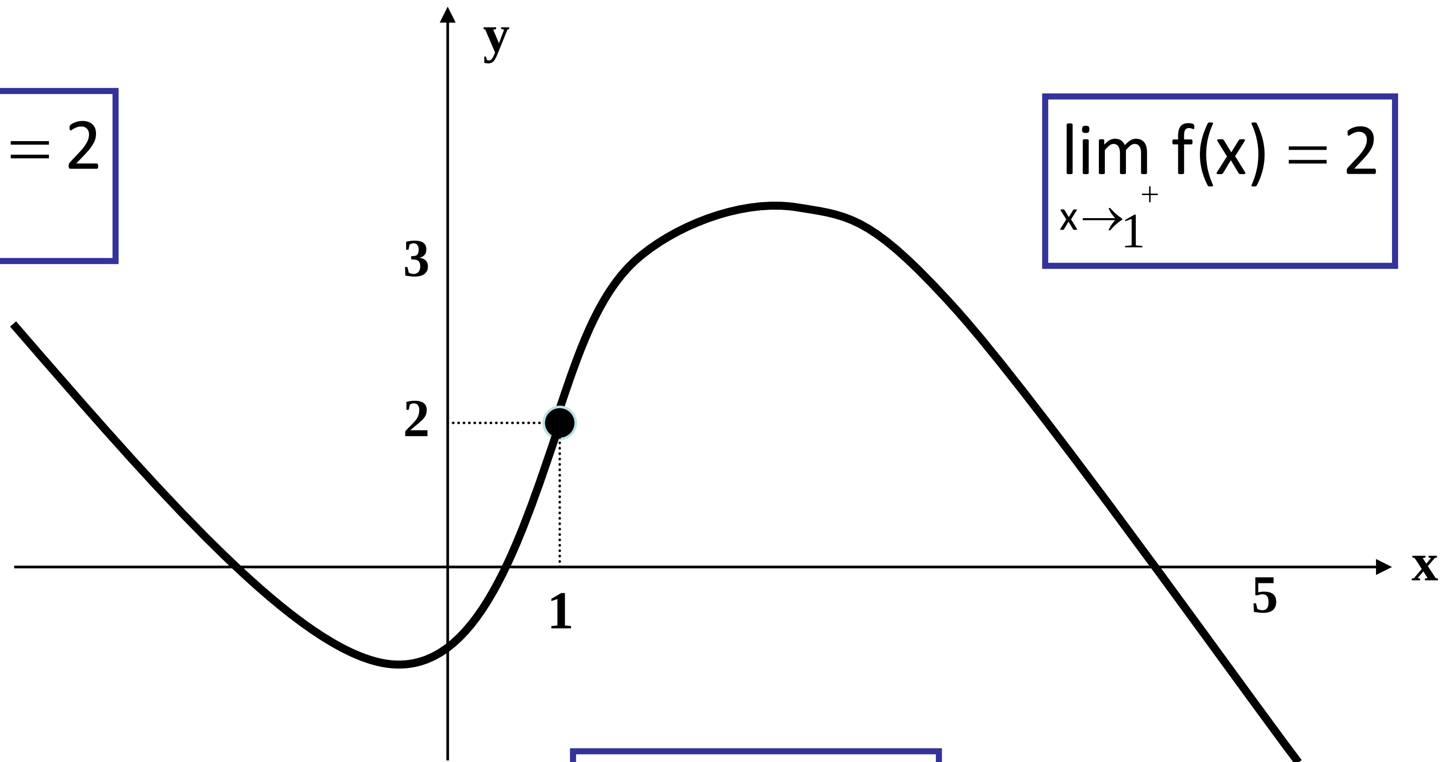
El valor numérico **<u>único</u>** hallado, cuando «x» tiende hacia el valor numérico «a» del dominio, tanto por la izquierda como por la derecha, se denomina: limite de la función f(x) cuando «x» tiende al valor «a»

Se denota por:

$$\lim_{x \to a} f(x)$$

¿Qué ocurre con f(x) cerca de x=1?

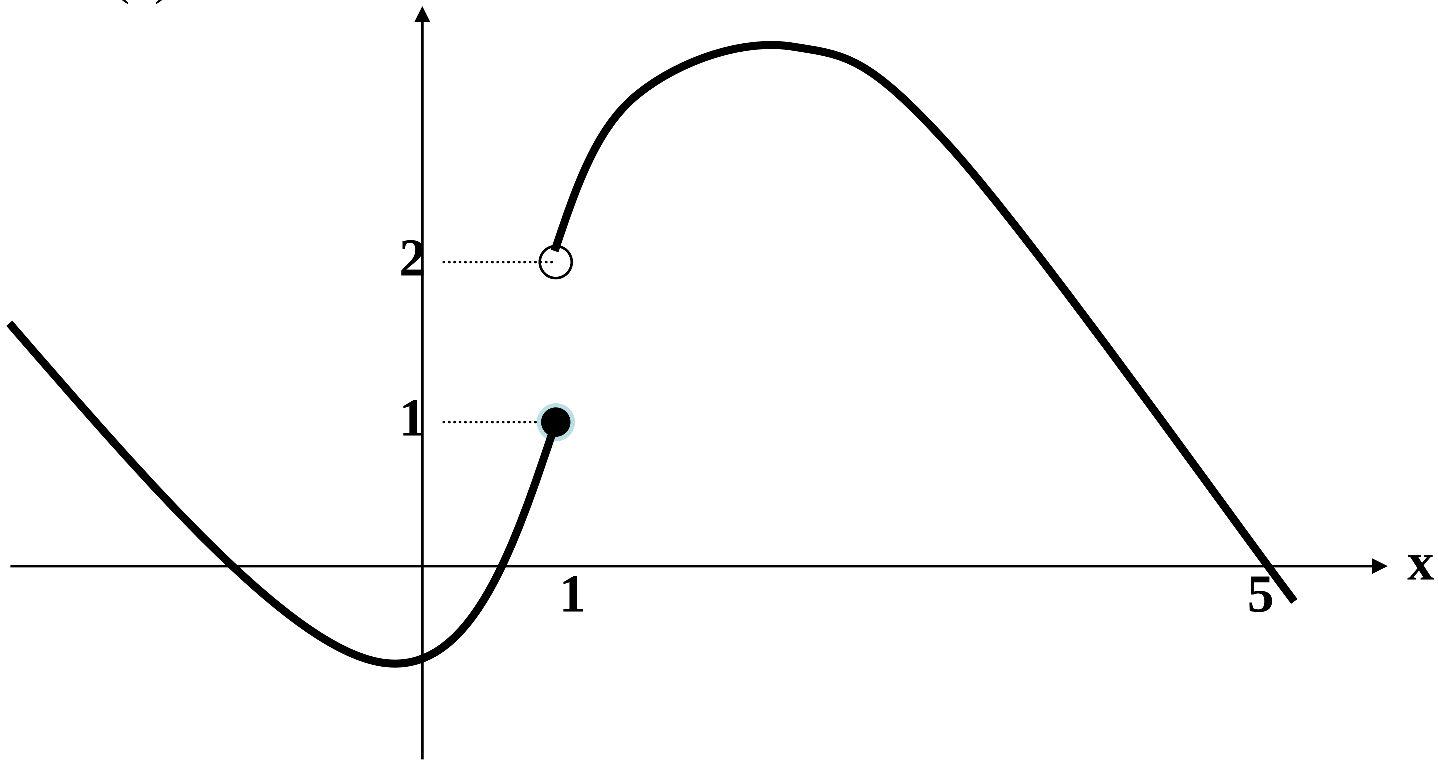
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$$



$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2$$

$$\therefore \quad \lim_{x\to 1} f(x) = 2$$

¿Qué ocurre con f(x) cerca de x=1?

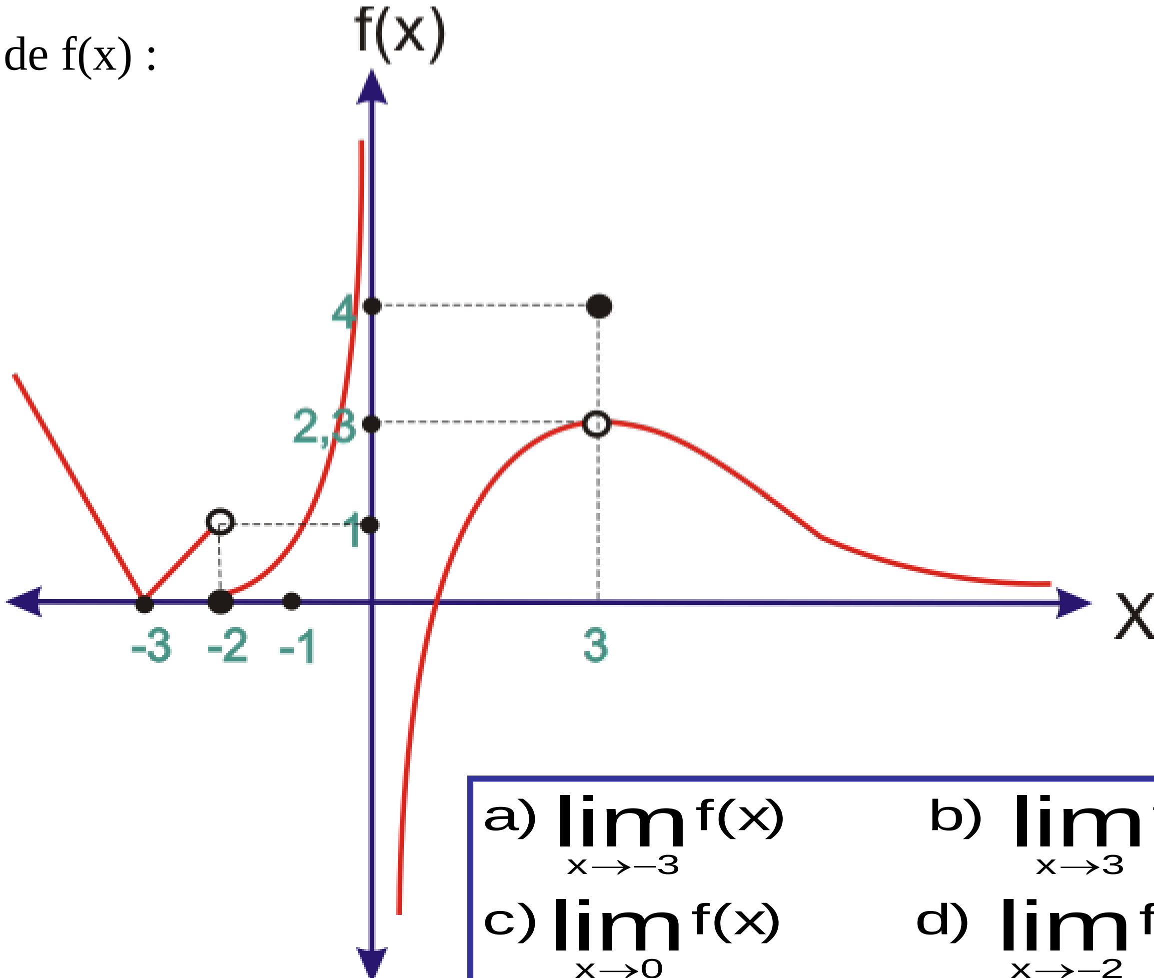


$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \to 1} f(x) = \text{no existe}$$

Dado el gráfico de f(x) :



a) $\lim_{x \to -3} f(x)$ b) $\lim_{x \to 3} f(x)$

c) $\lim_{x \to 0} f(x)$ d) $\lim_{x \to -2} f(x)$

Límites Directos

Halle el límites de las siguientes funciones:

$$\lim_{x \to 3} \left(2x^2 + 3x - 1 \right)$$

$$\lim_{x \to -1} \left(5x^3 - 2x^2 + 3x - 2 \right)$$

Forma Indeterminada 0/0

EVALUE LOS SIGUIENTES LIMITES SI EXISTEN.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

Método de Cancelación

$$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{4-x^2}$$

$$\frac{x-2}{4-x^2} \Rightarrow \frac{x-2}{(2-x)(2+x)} \Rightarrow \frac{-(2-x)}{(2-x)(2+x)} \Rightarrow \frac{-\cancel{(2-x)}}{\cancel{(2-x)}\,(2+x)} \Rightarrow \frac{-1}{(2+x)}$$

$$\therefore \lim_{x \to 2} \frac{x-2}{4-x^2} = \lim_{x \to 2} \frac{-1}{(2+x)}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{-1}{(2+x)} = \frac{-1}{(2+2)} = \frac{-1}{4}$$

Método de Racionalización

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$$

$$\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\bullet\frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2} \Rightarrow \frac{x+4-4}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)} \Rightarrow \frac{x+\cancel{4}-\cancel{4}}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)} \Rightarrow \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{x+4}+2\right)} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{\sqrt{0+4}+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

LÍMITES AL INFINITO

Ejemplos:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x+1}{x+2}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2}{3x}$$

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

Muchas
Gracias!